

任勇数学教育文集三部之一：“宏观卷”追求数学教育的真谛（5）

## 中学数学学习的特点、原则和迁移

（发表于《教育与学习研究》，1995年4期）

任勇 福建省厦门市教育局（361003）

（发表文章时为福建省龙岩第一中学教师）

### 摘要

本文认为，数学自身的特殊性，决定了中学数学学习除了具有学生学习的一般特点外，还有以下几个显著特点：中学数学学习是人类发现基础上的再发现；中学数学学习需要较强的抽象概括能力；中学数学学习需要较强的逻辑推理能力；中学数学学习应突出思维训练；中学数学学习具有较强的阶段性；中学数学学习需要练习环节。

本文认为，中学数学学习原则，是在数学学习实践中总结出来的，用以指导中学数学学习活动的基本准则，它反映着中学数学学习的特点和一般规律。具体为积极主动原则、循序渐进原则、及时反馈原则、学思结合原则。

本文认为，迁移是一种心理现象，是已经获得的知识技能，甚至方法态度，对学习新知识、新技能的影响，这种影响可能是积极的，也可能是消极的，前者叫正迁移，后者叫负迁移。中学数学学习应利用正迁移对数学学习的促进作用，克服负迁移对数学学习的不利影响，并提出了促进数学学习迁移的若干有效方法。

### 回顾

随着我对数学学习科学研究的不断深入，我开始对数学学习学进行系统的研究，并着手撰写《中学数学学习法》一书，书的第一章就研究了数学的特点，研究了中学数学的特点、原则和迁移等问题。

《教育与学习研究》是一本以刊登学习科学成

果为主的杂志，是中国学习科学学会的会刊，由中国学习科学学会秘书处和山西大学师范学院学习科学研究所合办，学习科学创始人之一林明榕研究员任主编。我一有新的学习科学研究成果，往往先考虑投给这本杂志。

### 凝思

了解中学数学学习的特点，就能够“数学地学习”；了解数学学习的原则，就能够有效地学好数学；而了解数学学习的迁移，对数学学习有着特别重要的意义——了解数学学习的迁移，教师就能更好地“为迁移而教”，学生就能更好地“为迁移而学”。

### 展望

作为数学学习的理论研究部分，仅仅研究“特点”、“原则”、“迁移”是不够的。如何深化研究？我以为，一方面可以从“广”处着手，如研究数学学习的动力、方法、规律、策略等等；另一方面可以从“深”处着手，如就“数学学习的迁移”进行实验研究，揭示迁移的实质及规律，有效克服负迁移，促进学生高质高效地学习数学。

相对而言，人们研究正迁移的比较多，研究负迁移的比较少。华东师范大学主办的《数学教学》杂志，在2009年第6期上刊有一文《中学数学教学中负迁移现象研究》，就是一篇很不错的研究“负迁移”的文章，值得一读。当然，我还是希望有更多的这方面的研究。

## 网络环境下探究性数学课堂教学模式的构建与实践

周灵 福建省福州屏东中学（350003）

信息化是当今世界经济和社会发展的趋势，以多媒体和网络技术为核心的信息技术已成为拓展人类能力的创造性工具。网络环境下的教学不仅是教育技术上的革命，更是教学理念、教育思想上的革命，它为课堂教学的开放性、为学生自主探究、协作

学习提供了强有力的支持，促进了课堂教学结构的变革。笔者在实施中央电教馆“十五”教育技术研究规划课题“计算机与数学课程整合”的过程中，根据现代教育理论和课题研究的目的，在教学实践中探索并构建了网络环境下探究性数学课堂教学模式的雏型，该课

题成果获全国教育技术研究成果一等奖. 2006年福建省开始实施普通高中课标课程, 笔者正好在高一年级任教, 申报并承担了中央电教馆“十一五”教育技术研究规划课题“信息技术与数学新课程整合的策略与模式的研究”, 对网络环境下的探究性数学课堂教学模式继续开展行动研究, 以进一步验证推广该模式. 本文就该模式构建原则、基本环节、实验效果进行阐述, 供同仁们参考.

### 1. 模式建构原则

网络环境下的探究性数学课堂教学模式以布鲁纳的认知结构学习理论、建构主义学习理论、信息论、控制论和元认知理论为指导, 根据数学学科特点, 以任务为导向, 强调在网络环境下自主探究、协作交流、发展创新.

在教的策略上, 模式遵循以下原则:

**趣味性原则**——创设情景, 激发学生探究兴趣, 使学生乐学.

**主体性原则**——充分发挥学生自主探究的能动性, 促使他们自己去获取知识, 发展能力, 做到自己发现问题、提出问题、分析问题、解决问题, 使学生真正成为学习的主人.

**协作性原则**——不同的学生, 他们接受知识, 探索知识的能力往往会有很大的差异, 而差异本身就是一种学习资源. 因而在教学中提倡小组协作方式, 这有利于学生之间协作互助, 优势互补, 共同提高.

**创造性原则**——注重激发学生创造性思维, 充分发掘学生的天资和潜能.

在学的方式上, 借助计算机网络, 通过任务驱动、引导学生明确探究的目标, 思考探究的问题, 掌握探究的方法, 交流探究的内容, 总结探究的结果. 充分调动学生学习的积极性, 使学生在课堂上的地位从被动转为主动, 使课堂教学焕发生机和活力.

### 2. 模式框架及程序结构要点



网络环境下探究性数学课堂教学模式充分体现了教学过程中教师、学生、内容、媒体四要素功能

的转变, 其流程如上图所示.

下面以“指数函数图象及其性质”一课为例, 介绍各环节的基本含义和内容.

#### 2.1 情景导入

良好的问题情景, 可以激发学生的兴趣, 有效地激发联想, 唤醒长期记忆中有关的知识、经验或表象, 为掌握新知识创造一个最佳的心理和认知环境. 其方法和途径是: (1)在教学过程一开始, 提出对一节课起关键作用的、富有挑战性的、能够激发学生兴趣的问题, 以唤起学生原有认知结构与学习新课题的认知冲突, 诱发学生的求知欲. (2)围绕教学内容的引入、递进、深化, 充分利用多媒体计算机创设能启迪学生思维的教学情境. (3)围绕教学环节的衔接、转折延伸, 创设能引起学生思考和情绪激动的教学情境.

例如, 在“指数函数图象及其性质”一课的教学中, 笔者首先通过“放射性物质衰减”和“细胞分裂”这两个实际问题情境, 激发学生的学习欲望和兴趣, 接着提出问题: (1)上述两个函数有什么共同特征? (2)能否根据上面两个函数关系给出该类函数的一般形式? (3)如果不考虑问题的实际意义, 函数的定义域是什么? 底数 $a$ 有什么限制条件? 引导学生从实际背景抽象出指数函数模型.

#### 2.2 自主探究

皮亚杰指出: 数学是人的计算活动和空间度量活动的反身抽象, 离开人的活动是没有数学, 也学不懂数学的, 所以学习数学的一个很重要的环节是了解数学背景, 获得数学经验. 自主探究是学生获得数学经验的重要途径. 它大致可分为两个层次: (1)任务驱动, 明确探究方向. “任务驱动法”使学生学习目标十分明确, 学生紧紧围绕这一目标, 探求相关的知识, 在完成一个个任务中主动地获得知识, 逐步提高能力, 实现学习目标; (2)提供资源、平台, 自主探究学习. 教师可提供《几何画板》, 《超级画板》等软件平台或教师自制的课件以及相关资源, 让学生自己动手操作、观察、猜想、验证, 发现规律, 得出结论, 实现对知识意义的主动建构, 以发展学生的认知能力, 培养学生的创造力, 提高数学素养.

如上述课例在归纳出指数函数的概念后, 笔者接着布置两个任务. 任务一: 在同一坐标系中用《几何画板》任意画出 8 个底数不同的指数函数图象, 观察所画图象, 思考: (1)这些函数有什么共同点? (2)我们常常把具有相同特征的事物归为一类, 你认为上述指数函数可以怎么分类? 为什么? 任务二:

用《几何画板》画参数可变的指数函数  $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$  的图象, 改变  $a$  的值, 观察函数  $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$  图象随底数  $a$  的改变而变化的动态过程, 验证刚才的分类是否正确, 并总结函数图象随着底数  $a$  变化的规律.

学生在学习任务的引导下兴趣盎然地进行探究, 通过操作、观察、思考, 对指数函数图象和性质有了丰富的感性认识, 建构自己对知识的理解.

### 2.3 协作交流

交流是在探究的基础上自然达到的层次, 因为学习的成功需要展示, 碰到的困难需要帮助, 交流形式上是对教师或学生提出一系列问题的讨论和研究, 实质上是学生由表及里、层层深入、逐步突破重难点的过程. 一堂好的数学课, 应该是在教师的组织下, 全体学生积极参与教学过程的课, 是师生之间、生生之间通过讨论、交流而取得对知识本质共识的课. 这样的课堂, 学生的思维处于高度运转状态, 知识便在教师指导下, 通过交流反馈, 学生自己主动建构方式而获得. 在传统教学中, 交流这一环节往往没有达到应有的重视. 网络环境为师生、生生交流提供了很好的条件. 师生、生生之间除了可以用语言交流外, 教师可以通过计算机网络交互教学系统, 实时了解学生学习情况, 既可通过广播教学与全体学生对话, 也可通过转播学生机, 展示某个学生自主探究的过程, 还可通过计算机与学生进行点对点的交流, 对学生适时点拨引导. 在“指数函数图象及其性质”一课的教学中, 当学生同桌为一组完成探究任务后, 教师利用网络广播教学, 组织各组学生交流探究结果, 归纳总结出指数函数的性质.

### 2.4 网上测评

在现代教育技术支持下, 检测反馈可以两方面进行, 一是学生通过网络教室的人机交互, 立即反馈, 可以及时了解自己对所学知识的掌握情况, 自我或在教师的指导下纠正偏差, 弥补知识缺陷, 提高学习效果. 二是教师通过检测系统, 可及时了解学生对所学知识的掌握情况, 以便进行点对点的指导或全班性有针对性的讲评, 及时补缺补漏, 提高教学效果. 如上述课例, 在函数的图象与性质的应用举例之后, 让学生用我们自行开发的网络自测系统进行巩固练习, 当学生出错时系统会给予提示, 当错误达到一定次数时, 系统还会提示是否要察看正确解答过程, 从而满足不同层次学生的学习需求. 之后教师检测学生学习情况, 在考试模式下, 系统不再提示. 测试结束后, 教师可马上得到检测数据, 针对学生的解题情况, 通

过网络教室的广播功能进行讲评.

### 2.5 归纳小结

本环节是对已经得到的新知识或概念进行进一步的梳理、概括、归纳和强化. 即通过必要的讲解或设问引导学生对获得的新知识和新技能适时归纳出带有一般性的结论, 使其纳入学生原有的知识系统, 或对原有知识系统进行改造、扩充、提高, 使之包容它们, 从而构建更高层次的知识结构. 上述课例在检测反馈之后, 教师引导学生梳理, 归纳本节学习内容, 以利于学生形成良好的认知结构.

### 3. 实验成效

在三年的实施课标课程的教学实践中, 我们用上述教学模式指导教学, 并在教学实践中检验、推广该模式, 取得了显著的成效.

#### 3.1 激发了学生的学习兴趣, 提高了数学教学效果

网络环境和《几何画板》等软件, 为学生的学习提供了一个“做数学”的良好环境, 学生在教师的指导下, 或在教师所创设的情境帮助下, 主动进行探索、积极思考、交流分享, 意义建构. 彻底改变了被动地听讲记笔记, 机械地模仿做练习的以“讲授”为主, 以“灌输”为特征的数学教学模式, 充分发挥学生在学习中的主体地位. 如在学习指数函数的性质时, 传统教学是各作出一个底数大于 1 和一个底数大于 0 小于 1 的函数图象, 在教师的显性引导下进行观察分类, 得出结论. 学生总感到有一种不真实感, 虽然记住了结论, 但具体解题时, 往往不会按底数进行分类处理. 通过计算机, 学生可自己快速作出大量图象, 通过观察、归纳, 很快发现两类不同情况, 在做中悟、做中学, 记的牢、用的好. 学生“看到”他们以往只能想象的数学, “做”他们以往不能做的数学, 极大地激发了学习兴趣, 提高了数学教学效果.

#### 3.2 加深了对所学数学知识的理解, 提高了数学学习成绩

传统的数学教学展现的是一种静态的数学知识, 带给学生的是一种静态的思维方式, 不容易发现一些隐藏的数学关系, 造成一些学生学习数学的困难. 计算机强大的动态模拟功能, 可以为抽象思维提供直观模型, 将数学关系的静态结构表现为时空中的动态过程, 揭示对象的本质和规律, 有利于学生理解和掌握数学知识. 如圆锥曲线的轨迹问题, 离心率的变化对曲线形状的影响, 正弦函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的图象变换等, 这些都是学生比较

难理解的内容,通过数学实验直观、形象地再现其运动变化过程,帮助学生强化感知,丰富知识表象,使抽象的知识变得容易理解,取得良好的教学效果.我校2006届高中学生中考平均分居本市区同类校第五名,经过我们三年的努力,高考前省质检数学成绩居本市区同类校第一名.

### 3.3 培养了学生的创新精神,提高了综合应用计算机与数学知识解决实际问题的能力

网络环境下的探究性数学教学,不仅进一步激发了学生对知识进行深入探究的意识,而且学生通过《几何画板》等软件,将信息技术作为数学学习过程中探索问题和解决问题的认知工具,有助于培养学生的创新精神和应用信息技术解决数学问题的能力.如在幂函数的学习中,学生应用《几何画板》在同一平面直角坐标系内迅速而又准确地作出幂函数 $y=x$ , $y=x^2$ , $y=x^3$ , $y=x^{-1}$ , $y=x^{1/2}$ 的图象,通过观察上述图象,顺利归纳出五个幂函数的基本性质,完成教科书(人教版必修1)P69页探究中的表格.但有相当一部分学生不满足这些结论,他们用《几何画板》绘制了含变量的幂函数 $y=x^a$ 的图象,通过观察函数在区间 $[0,+\infty)$ 随 $a$ 的改变而变化的动态变化过程,结合函数的奇偶性,理解和掌握了一般幂函数的图象与性质.学生从数学探究活动中不仅学到了知识,重要的是培养了能力,使学生做到知识学习和能力培养的协调发展.

### 3.4 促进了教师的专业成长,推进了信息技术在数学教学中的有效应用

网络环境下的探究性数学教学,教师不再只是知识的传播者,而应是教学情景的设计者、教学活动的组织者、学生数学活动的指导者和数学思维的促进者.要充分发挥信息技术的优势,教师还必需根据不同教学内容的特点、剪裁或有机组合各种信息技术手

段和信息化资源,创设丰富的、具有挑战性和开放性的教学环境,引导学生自主探究,参与并体验数学知识的获得过程,建构起对数学的新的认识.这些都对教师的业务水平、理论修养和现代教育技术应用水平提出了更高的要求,课题组教师通过校本培训,课题实践,树立了新的教学观,他们努力学习,积极探索,在行动研究中不断提高自己的教学水平与科研能力,有力地促进了教师的专业成长.近年来,我们向全市开了多节网络环境下的探究性数学教学公开课,均获好评,有9节课获全国、省级奖,其中获全国二等奖2节,优秀奖1节,省一等奖4节;在福建省第四届“新理念、新资源、新探索”信息技术与课程整合三优联评活动中,笔者所在年级六位数学教师就有4人次获奖,其中获论文类一、二、三等奖各1人,获课例类一等奖1人,为推进信息技术在数学教学中的有效应用发挥了很好的示范与辐射作用.

### 4. 结束语

教学有模,但无定式,贵在得法.网络环境下探究式数学课堂教学,是学生获得数学知识、培养探究能力和提高数学素养的有效途径,但它绝不是适用于所有教学内容和教学目标的万能模式,也不是要取代其他教学模式,而是对传统教学模式的有益补充.因而在运用本课堂教学模式时要根据教学内容的需求,学生认知水平的实际,并与教师自身的教学风格、教学艺术相结合,采取灵活多样的教学方法,科学合理地运用教学模式,切实提高教学质量.

### 参考文献

- [1]顾玲沅等.青浦实验启示录[M].上海:上海教育出版社,1999
- [2]周灵.现代教育技术支持下中学数学教学改革实验研究[J].福建中学数学,2002(4),9-12

福建省教育厅重点课题《新课程背景下高考数学命题改革研究》研究成果(四十六)

## 基于探究的平面向量考查研究

陈增武 福建省龙岩第一中学(364000)

什么是数学探究?《数学课程标准(实验)解读》指出:“数学探究即数学探究性课题学习,是指学生围绕某个数学问题,自主探究、学习的过程.这个过程包括:观察分析数学事实,提出有意义的数学问题,猜测、探求适当的数学结论或规律,给出

解释或证明”.当然,考查的探究与探究性学习是有区别的.

在与平面向量有关的高考试题中,主要考查向量有关的基础知识,突出向量的工具作用.在复习中要重视教材的基础作用,加强基本知识的复习,